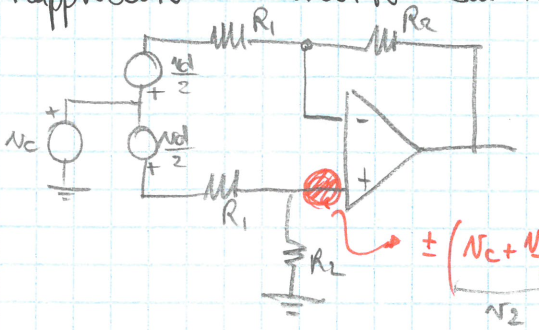
Rappresento il circuito con v_d e v_{cm}:



$$\begin{cases} v_c = \frac{v_1+v_2}{2} \\ v_d = v_2 - v_1 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_1 = v_c - v_d/2 \\ v_2 = v_c + v_d/2 \end{cases}$$

$$\pm \underbrace{\left(v_c + \frac{v_d}{2}\right)}_{v_2} \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot \frac{1}{CMRR}$$

$$v_{out} = v_d \cdot \frac{R_2}{R_1} \pm \left(v_c + \frac{v_d}{2}\right) \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot \frac{1}{CMRR}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)$$ ~ separo v_d e v_c

$$= v_d\left(\frac{R_2}{R_1} \pm \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{CMRR}\,\frac{R_2}{\cancel{R_1+R_2}}\cdot\frac{\cancel{R_1+R_2}}{R_1}\right) \pm v_c\left(\frac{R_2}{\cancel{R_1+R_2}}\right)\frac{1}{CMRR}\cdot\frac{\cancel{R_1+R_2}}{R_1} =$$

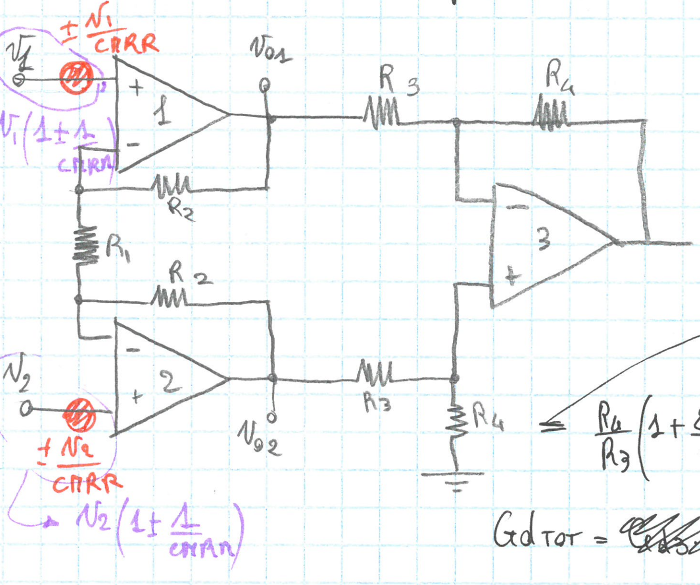
$$= v_d \underbrace{\frac{R_2}{R_1}\left[1 \pm \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{CMRR}\right]}_{G_{diff}} \pm v_c \underbrace{\left(\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{CMRR}\right)}_{G_c}$$

$$CMRR_{TOT} = \frac{G_{diff}}{G_c} = \left(\frac{\frac{R_2}{R_1}\cdot 1 \pm \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{CMRR}}{\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{CMRR}}\right)$$

$CMRR_{TOT}$, trascurando $\pm\frac{1}{2CMRR}$ (valore molto piccolo, è circa 0,5%) allora

$$CMRR_{TOT} = \frac{\cancel{\frac{R_2}{R_1}}\left(1 \pm \cancel{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{CMRR}}_{\to 0}\right)}{\cancel{\frac{R_2}{R_1}}\cdot\frac{1}{CMRR}} \simeq CMRR$$

Calcoliamo ora il CMRR per l'ampli da strumentazione Hp: $CMRR_{opamp_1} = CMRR_{op_2} = CMRR_{op_3} = CMRR$



$$v_{OUT} = \left[v_2 \pm \frac{v_2}{CMRR} - v_1 \mp \frac{v_1}{CMRR}\right]\frac{R_1+2R_2}{R_1}\cdot\frac{R_4}{R_3}$$

$v_2 = v_c + v_d/2$ $\quad v_1 = v_c - \frac{v_d}{2}$ perciò

$$v_{OUT} = \frac{R_4}{R_3}\left(1+\frac{2R_2}{R_1}\right)\left[\left(v_c+\frac{v_d}{2}\right)\left(1\pm\frac{1}{CMRR}\right) - \left(v_c - \frac{v_d}{2}\right)\left(1 \mp \frac{1}{CMRR}\right)\right]$$

$$= \frac{R_4}{R_3}\left(1+\frac{2R_2}{R_1}\right)\left[v_d\left(1\pm\frac{1}{CMRR}\right) + \cancel{v_c\left(1\pm\frac{1}{CMRR}\right)} - \cancel{v_c\left(1\pm\frac{1}{CMRR}\right)}\right]$$

$$Gd_{TOT} = G_{d_3}\left(1+\frac{2R_2}{R_1}\right)\left(1\pm\frac{1}{CMRR}\right)$$

$$Gc_{TOT} = 1 \cdot G_{c_3}$$

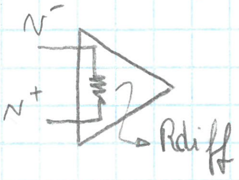
$$CMRR_{TOT} = \left|\frac{Gd_{TOT}}{Gc_{TOT}}\right| = \left(1+\frac{2R_2}{R_1}\right)\left(1 \pm \underbrace{\frac{1}{CMRR}}_{\text{trascuro}}\right)\left|\frac{Gd_3}{Gc_3}\right| = \left(1+\frac{2R_2}{R_1}\right)\cdot CMRR_{opamp_3}$$

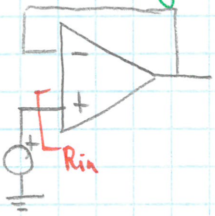
$\left|\frac{Gd_3}{Gc_3}\right| \to CMRR_{opamp_3}$

Perciò ha senso avere grande guadagno in ingresso e sfruttare opamp 3 solo per fare la differenza perché abbiamo forte dipendenza del CMRR dell'opamp 3

Se ↑ guadagno stadio ingresso, ↑ $CMRR_{TOT}$

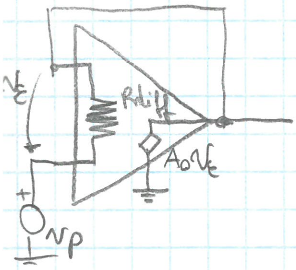
Effetto resistenza di ingresso finita





$$R_{in}\Big|_{ideale} \to \infty$$

Vediamo il buffer con R_{in} finita:



$$R_{in} \stackrel{\Delta}{=} \frac{v_p}{i_p} \qquad i_p = \frac{v_\varepsilon}{R_{diff}} = \frac{v_p - A_0 v_\varepsilon}{R_{diff}} \qquad v_\varepsilon = v_p - A_0 v_\varepsilon \qquad v_\varepsilon = \frac{v_p}{1+A_0}$$

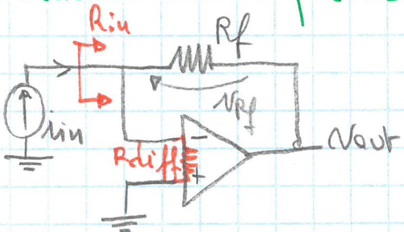
$$i_p = \frac{v_p\left(1 - \frac{A_0}{1+A_0}\right)}{R_{diff}} \qquad R_{in} = R_{diff}\,\underbrace{(1+A_0)}_{1-G_{loop}^*}$$

$R_{diff} = R_{in}^0$ è la resistenza vista a retroazione spenta (con $A_0 = 0$)

Quindi la resistenza viene aumentata dalla retroazione per tentare di idealizzarla il più possibile. Il gen controllato vuole mandare i_p a zero. Il risultato è fare tendere $v_\varepsilon \to 0$. Infatti se i_p tendesse a zero $R_{in} \stackrel{\Delta}{=} \frac{v_p}{i_p \to 0} \to \infty$

Quindi la resistenza infinita è legata alla retroazione, e non al fatto che ho fisicamente $R_{in} \to \infty$. La retroazione fa di tutto per idealizzare l'impedenza

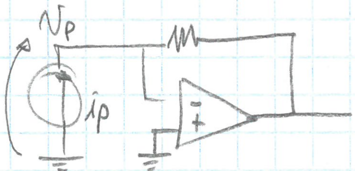
Stadio a transimpedenza



Il morsetto ⊖ è virtual gnd, perciò i_{in} fluisce su R_f

perciò $v_{out} = -v_{Rf} = -i_{in} R_f$

$$\frac{v_{out}}{i_{in}}\Big|_{ideale} = -R_f$$



~~Se avessi Rdiff~~ Calcolo R_{in}: $G_{loop} = -\frac{R_{diff}}{R_{diff}+R_f} \cdot A_0$

$R_{in}\Big|_{ideale} = 0$ è un ottimo collettore di corrente, si beve qualsiasi corrente

Applico ora il gen di corrente di prova:

$$v_\varepsilon = -v_p \qquad i_p = i_{diff} + i_f \to i_{diff} = -\frac{v_\varepsilon}{R_{diff}} = \frac{v_p}{R_{diff}} \qquad i_f = \frac{v_p - A_0 v_\varepsilon}{R_f} = \frac{v_p(1+A_0)}{R_f}$$

$$i_p = v_p\left[\frac{1}{R_{diff}} + \frac{1+A_0}{R_f}\right] \qquad R_{in} \stackrel{\Delta}{=} \frac{v_p}{i_p} = \frac{1}{\frac{1}{R_{diff}} + \frac{1+A_0}{R_f}} = \frac{R_{diff}\cdot R_f}{R_f + R_{diff} + A_0 R_{diff}} = \frac{R_f R_{diff}}{(R_f+R_{diff})} \left(\frac{1}{1 + A_0\frac{R_{diff}}{R_f+R_{diff}}}\right)$$

$$= R_f /\!/ R_{diff} \cdot \frac{1}{\underbrace{1 + A_0\frac{R_{diff}}{R_f+R_{diff}}}_{1-G_{loop}^*}} \rightsquigarrow R_{in} = \frac{R_{in}^0}{1-G_{loop}^*}$$

Calcolo di una resistenza in un circuito retroazionato

1. Rideale?

   Ⓐ Rideale $\rightarrow 0$ La retroazione controlla la tensione nel ramo

   Ⓑ Rideale $\rightarrow \infty$ " " " " corrente " "

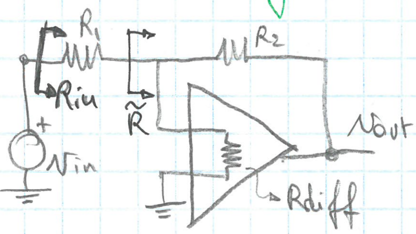
2. Applico il gen di prova: caso Ⓐ gen corrente di prova
   " Ⓑ " tensione di prova

3. Calcolo la resistenza vista a retroazione spenta $\rightarrow A_0 = 0$ e il G_{loop}^*

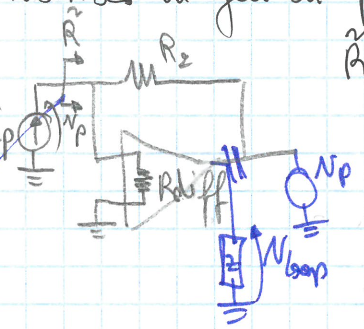
   (Oss: se il gen di prova è sbagliato, il Gloop calcolato risulta nullo)

4. Calcolo la resistenza vista R come: Ⓐ $R = \dfrac{R^{\emptyset}}{1 - G_{loop}^*}$, Ⓑ $R = R^{\circ}\left(1 - G_{loop}^*\right)$

Resistenza di ingresso in configurazione invertente

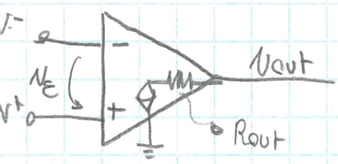


È ovvio che $R_{in}\big|_{ideale} = R_1 + 0$ in cui 0 è la resistenza $\tilde{R}\big|_{ideale}$ che è quella del circuito a transimpedenza. Infatti R_1 non fa parte dell'anello. Ora posso procedere nel calcolare $\tilde{R}$, resistenza che "potrebbe essere" 0 o ∞ per gli step di calcolo menzionati prima. Nel nostro caso $\tilde{R}\big|_{ideale} = 0 \rightarrow$ retroaz controlla la tensione, perciò inserisco un gen di prova di corrente.

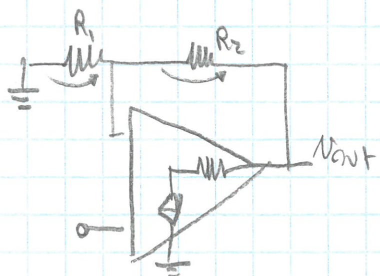


$\tilde{R}^{\emptyset} = R_{diff} // R_2$, calcolo $G_{loop}^* = -\dfrac{R_{diff}}{R_{diff} + R_2} \cdot A_0$

Resistenza di uscita non nulla

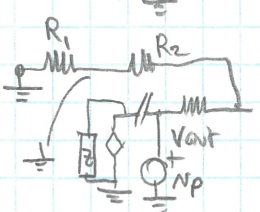


Prendiamo una configurazione come nel non invertente per analizzare gli effetti:

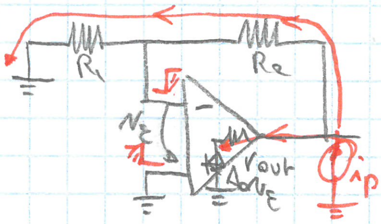


$G_{ideale} = \left(1 + \dfrac{R_2}{R_1}\right)$ non cambia niente, invece ho variazioni in Gloop

$G_{loop} = \dfrac{-R_1}{R_1 + R_2 + r_{out}} \cdot A_0$



Vediamo di calcolare ora la resistenza vista in uscita.



La tensione d'uscita resta fissa in tensione

$$R_{out}\Big|_{ideale} \longrightarrow 0 \qquad R_{OUT} = \frac{R_{out}^{\not{o}}}{1 - G_{loop}^{*}}$$

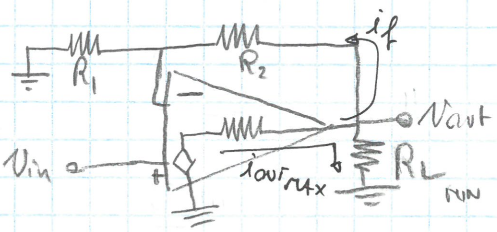
$$R_{out}^{\not{o}} = r_{out} // (R_1 + R_2) \simeq r_{out}$$ perché domina (è di valore molto piccolo)

$G_{loop}^{*} = G_{loop}$ non è cambiato l'anello durante il calcolo

Limitazione della corrente di uscita di un opamp

Finora non ci siamo mai preoccupati della corrente erogabile. Nella realtà l'uscita è un source follower, quindi abbiamo una corrente limitata. Inoltre spesso c'è un circuito di protezione che limita la corrente max dissipabile, per evitare rotture.

Questo lim di corrente è espresso nel datasheet dell'opamp in termini del minimo valore di resistenza di carico con segnali "a piena potenza".

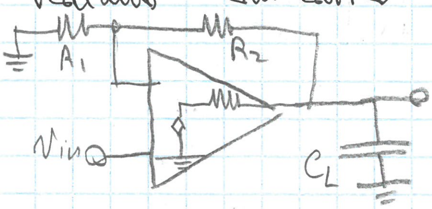


$$i_{out}\Big|_{MAX} = i_{R_L} + i_f = \frac{V_{out}|_{MAX}}{R_{L\,MIN}} + \frac{V_{out}|_{MAX}}{R_1 + R_2}$$

generalmente $i_{R_L} \gg i_f$ quindi viene trascurata i_f.

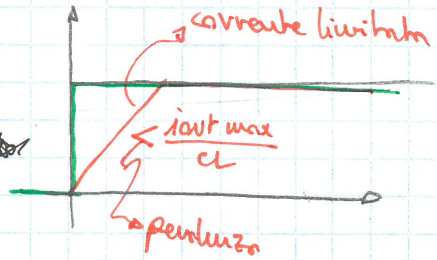
Con questa trascurazione bisogna tenere che $i_{out_{MAX}}$ sarà meno di quella reale, con i_f.

Vediamo con carico capacitivo:



$$i_{out} = i_f + i_{C_L} = \frac{V_{out}}{R_1 + R_2} + C_L \frac{dV_{out}}{dt}$$ ⤳ dire che c'è una corrente max vuol dire che c'è una pendenza max di V_{out}

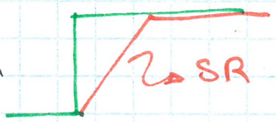
$$\frac{dV_{out}}{dt}\Big|_{MAX} \leq \frac{i_{out}|_{MAX}}{C_L}$$

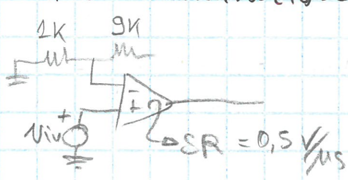


Supponendo ~~la~~ la banda dell'opamp infinita, con un gradino ~~in~~ in ingresso il condensatore si carica con:

Slew-rate

$$SR = \frac{dV_{out}}{dt}\Big|_{MAX}$$ tipicamente $0{,}5\, V/\mu s \div 1000\, V/\mu s$ ed è la limitazione della pendenza in uscita



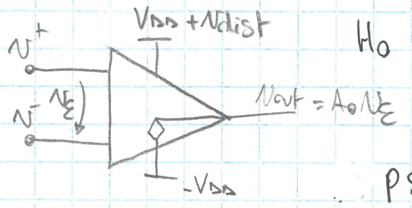


Nei datasheet $V_{out} = A_{out} \sin \omega t \qquad \frac{dV_{out}}{dt}\Big|_{MAX} = A_{out} \cdot \omega \cos \omega t\Big|_{MAX} = A_{out} \cdot \omega = A_{out} \cdot 2\pi f$

Larghezza di banda a piena potenza $f_{MAX} = \dfrac{SR}{A_{out}|_{MAX} \cdot 2\pi}$

$V_{DD} = \pm 5V$ con $\Delta V_{out} =$ ⤳ 500 mV
$f = 10\,KHz$ e $f = 20\,KHz$ ⤳ 398 mV
con lo slew-rate verifica l'amp. per non avere distorsioni

Rapporto di reiezione della tensione di alimentazione (Power supply Rejection Ratio – PSRR)



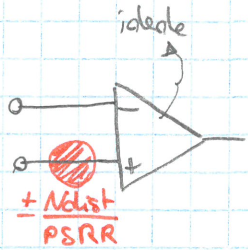
Ho un disturbo sull'alimentazione

$$v_{out}=A_0 v_\varepsilon + A_{ps} v_{dist} = A_0\left(v_\varepsilon+\frac{A_{ps}}{A_0}v_{dist}\right) = \longrightarrow$$

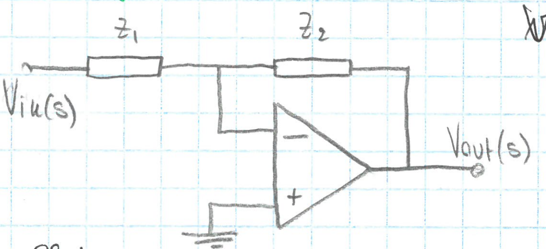
$$PSRR=\left|\frac{A_0}{A_{dist}}\right|$$

$$\longrightarrow = A_0\left(v_\varepsilon \pm \frac{1}{PSRR}v_{dist}\right)$$

un opamp affetto da PSRR finito è quindi:

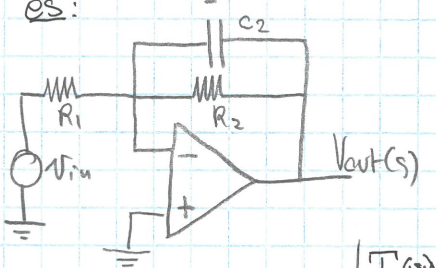


Config invertente con impedenze generalizzate



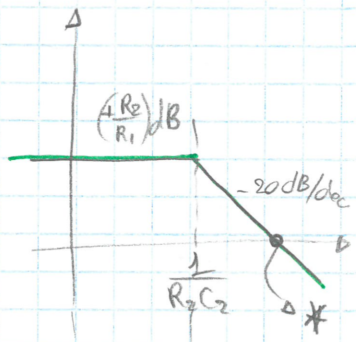
$$V_{out}=-\frac{Z_2}{Z_1}\cdot V_{in} \qquad T(s)=-\frac{Z_2}{Z_1} \sim \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)}$$

es:



$$T(s)=-\frac{Z_2}{Z_1}=\frac{\frac{-R_2}{1+sR_2C_2}}{R_1}=\frac{-R_2}{R_1(1+sR_2C_2)}$$

$$T(0)=-\frac{R_2}{R_1} \qquad \tau_{polo}=R_2\cdot C_2$$

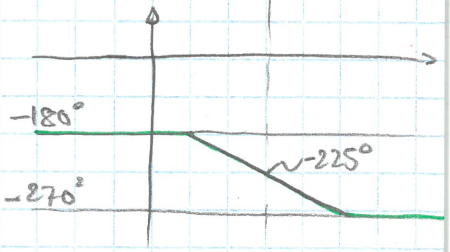


$$|T(j\omega)|=\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{\sqrt{1+R_2^2C_2^2\omega^2}} \qquad |T(j\omega)|_{dB}=20\log_{10}\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2R_2^2C_2^2}}$$

$$\measuredangle T(j\omega)=-180^\circ-\operatorname{arctg}(R_2C_2\omega)$$

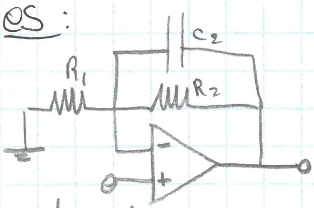
$$* \quad \frac{\cancel{R_2}}{R_1}\cdot\frac{1}{\cancel{R_2}C_2}=2\pi f_{0dB}\cdot 1 \longrightarrow f_{0dB}=\frac{1}{2\pi R_1C_2}$$

$$|T(j\omega)|_{dB}=\begin{cases}\omega\ll\frac{1}{R_2C_2} \longrightarrow 20\log_{10}\frac{R_2}{R_1}\\ \omega=\frac{1}{R_2C_2}\longrightarrow 20\log_{10}\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\\ \omega\gg\frac{1}{R_2C_2}\longrightarrow 20\log_{10}\frac{R_2/R_1}{\omega R_2C_2}\end{cases}$$



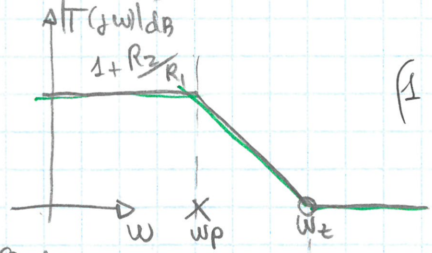
$$\measuredangle T(j\omega)=\begin{cases}\omega\ll R_2C_2 = -180^\circ\\ \omega=R_2C_2 = \pi-\frac{\pi}{4} = -45^\circ-180 = -225^\circ\\ \omega\gg R_2C_2 = \pi-\frac{\pi}{2} = -180-90^\circ=-270^\circ\end{cases}$$

es:

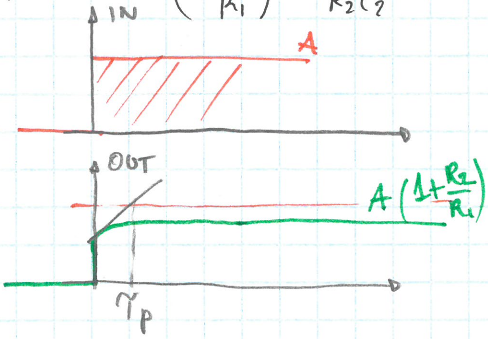


$$T(s) = 1 + \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = 1 + \frac{R_2}{R_1(1+sR_2C_2)} = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1+sC_2\,R_1/\!/R_2}{1+sR_2C_2}$$

$$T(0) = 1 + \frac{R_2}{R_1} \qquad \tilde{\tau}_p = C_2R_2 \qquad \tilde{\tau}_z = C_2\,R_1/\!/R_2$$



$$\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\omega_p = \omega_z \qquad \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\cdot\frac{1}{R_2C_2} = \omega_z$$



Lungo il tratto $-20\,dB/dec$ del polo:

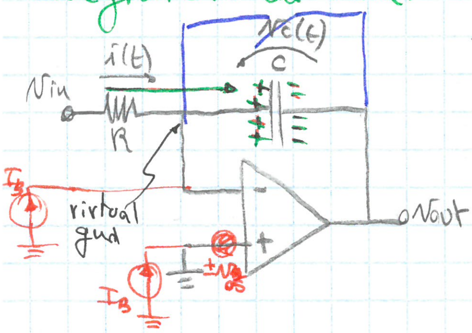
$$|T(s)| = \left|T(0)\,\frac{\cancel{1+s\tilde{\tau}_z}}{\cancel{1}+s\tilde{\tau}_p}\right| \sim \left|T(0)\cdot\frac{1}{s\tilde{\tau}_p}\right| \qquad |T(j\omega_z)| = |T(0)|\cdot\frac{1}{\omega_z\tilde{\tau}_p} \qquad 1 = |T(0)|\cdot\frac{1}{\omega_z\tilde{\tau}_p}$$

$$\omega_z = |T(0)|\cdot\underbrace{\frac{1}{\tilde{\tau}_p}}_{\omega_p} \qquad \omega_z = |T(0)|\,\omega_p$$

il prodotto del guadagno della banda per la frequenza si conserva costante lungo il tratto $-20\,dB/decade$

Se aggiungo poli, la pendenza aumenta e così via

Integratore di Miller



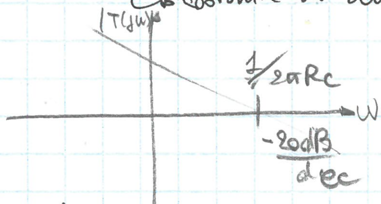
$$i(t) = \frac{V_{in}(t)}{R} \qquad Q(t) = \int_0^t i(\tau)\,d\tau$$

se é stato precaricato

$$V_{out}(t) = -V_c(t) = -V_{c_0} - \frac{Q(t)}{C} = -V_{c_0} - \underbrace{\frac{1}{RC}}_{\text{costante di tempo}}\int_0^t V_{in}(\tau)\,d\tau$$

$$T(s) \triangleq \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = -\frac{1}{sRC}$$

$$Z_2(s) = \frac{1}{sC} \qquad Z_1(s) = R \qquad |T(j\omega)| = \frac{1}{\omega RC}$$



Questo é ideale, perché abbiamo sempre un segnale di ~~[illegible]~~ entrata reale ha sempre una componente DC, perció l'opamp saturerebbe subito. In DC infatti il condensatore é circuito aperto ⇒ NO RETROAZIONE ⇒ OPAMP comparatore. Poniamo un interruttore ideale che si apre per $t=0^+$. Poniamo le correnti di Bias e i gen di offset.

Le I_B per $t<0$ non danno effetto, mentre abbiamo una config di buffer per V_{os}

Perció condiz iniz sul condensatore é $V_{c_0} = \pm V_{os}$ $\quad V_{out} = \pm V_{os} + \dots$

Per $t=0^+$, I_B carica il condensatore a corrente costante → rampa $\quad i_c = C\dfrac{dv}{dt}$

$$V_{out} = \underbrace{\pm V_{os}}_{\text{contrib } V_{os} \text{ per } t<0} - \underbrace{\frac{I_B}{C}t}_{\text{contributo } I_B \text{ per } t>0} \mp \underbrace{\frac{V_{os}}{RC}t}_{\text{contrib } V_{os} \text{ per } t>0}$$

Supponiamo $R = 10k\Omega$, $C = 100pF$, $V_{os} = 1.5mV$, $I_B = 100nA$, $V_A = 10V$ → calcolo Δt per cui $V_{out}(t) = V_A$

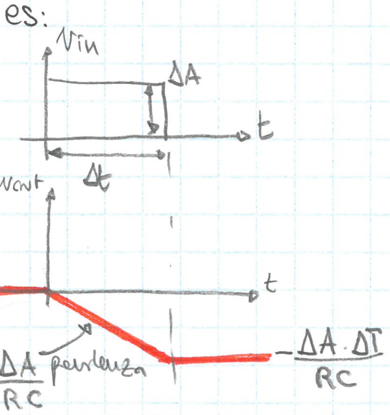
$$\Delta t = \frac{V_A \mp V_{os}}{\frac{I_B}{C} \mp \frac{V_{os}}{RC}} = \text{(prendo solo il valore positivo)} = 10\,ms$$

Abbiamo l'uscita saturata entro i 10 ms, tempo troppo piccolo.

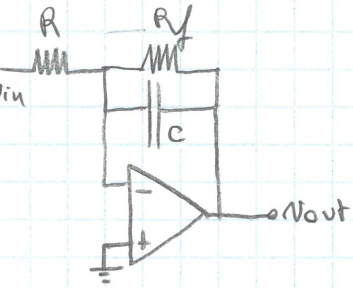
Posso però mettere un interruttore che si apre solo per integrare. Apro e chiudo con frequenza molto maggiore rispetto a quella legata al Δt di saturazione.

Posso vedere la mia integrazione in poche finestre di tempo. Oppure, posso fare in modo (lo vediamo dopo) di annullare i segnali DC sulla retroazione.

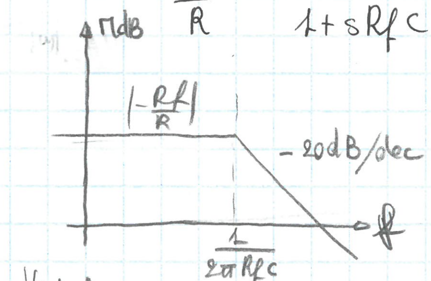
es:



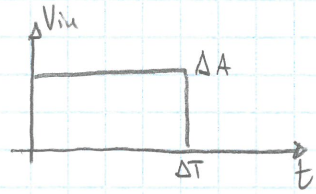
Considero ora la retroazione in continua con l'integr. di Miller modificato

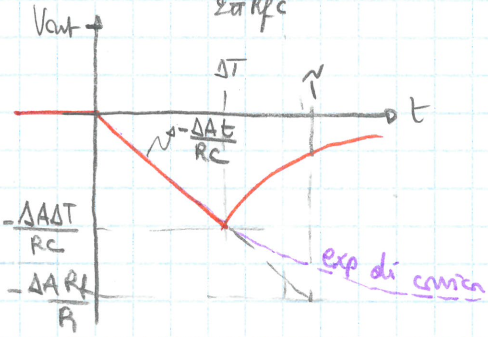


$$T(s) = -\frac{R_f}{R}\,\frac{1}{1+sR_fC}$$ per la DC $G = -\frac{R_f}{R_c}$



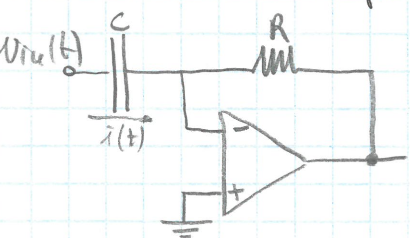
Vorrei R_f molto grande per avere idealità, ma non voglio un guadagno DC troppo alto.
Devo fare un compromesso





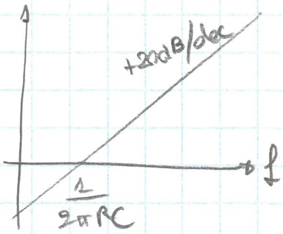
Abbiamo un ~~nesso~~ andamento RC con esponenziale

Derivatore



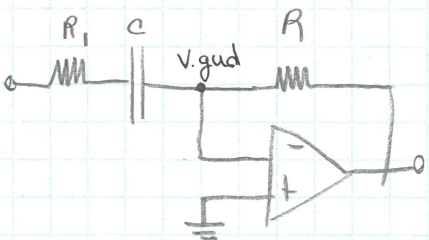
dom. tempo $i(t) = C\,\frac{dV_{in}(t)}{dt}$ $\quad V_{out} = -i(t)\cdot R = -\underbrace{RC}_{\text{costante di tempo}}\,\frac{dV_{in}(t)}{dt}$

Analisi frequenza $T(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = -sCR$



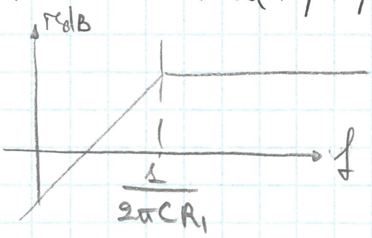
Se pongo un segnale ad alta frequenza $\rightarrow$ saturo

Però anche se ho LF per V_{in}, ho comunque rumore HF in V_{in} nella realtà $\rightarrow$ satura l'opamp



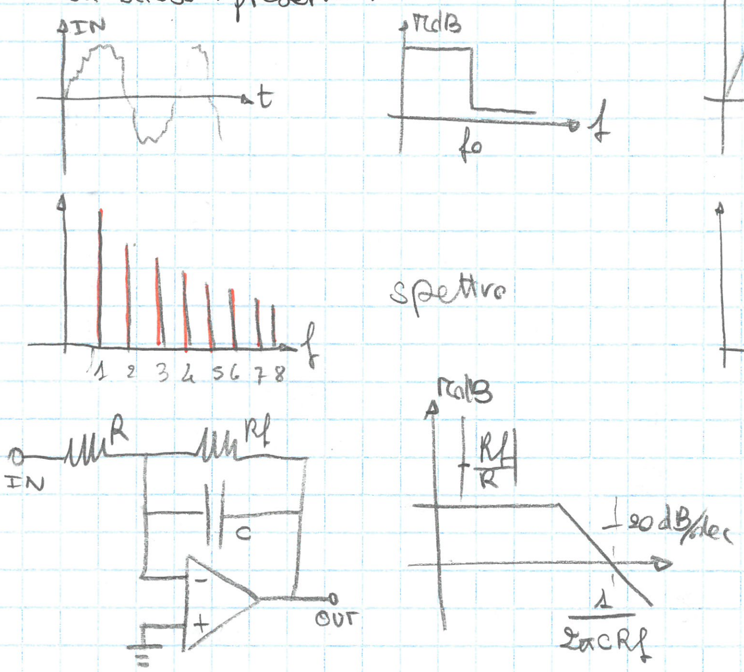
$Z_1 = R_1 + \frac{1}{sC}$ $\quad Z_2 = R$ $\quad T(s) = \frac{-sCR}{1+sCR_1}$

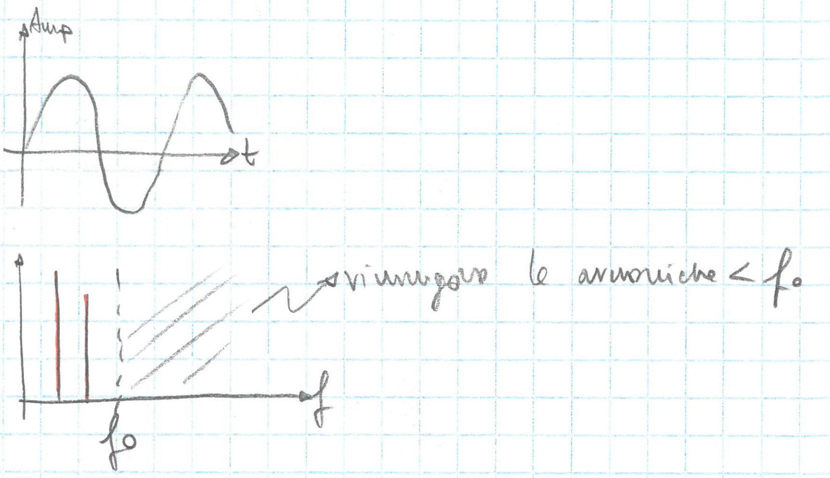
Non fa altro che il filtro passa alto



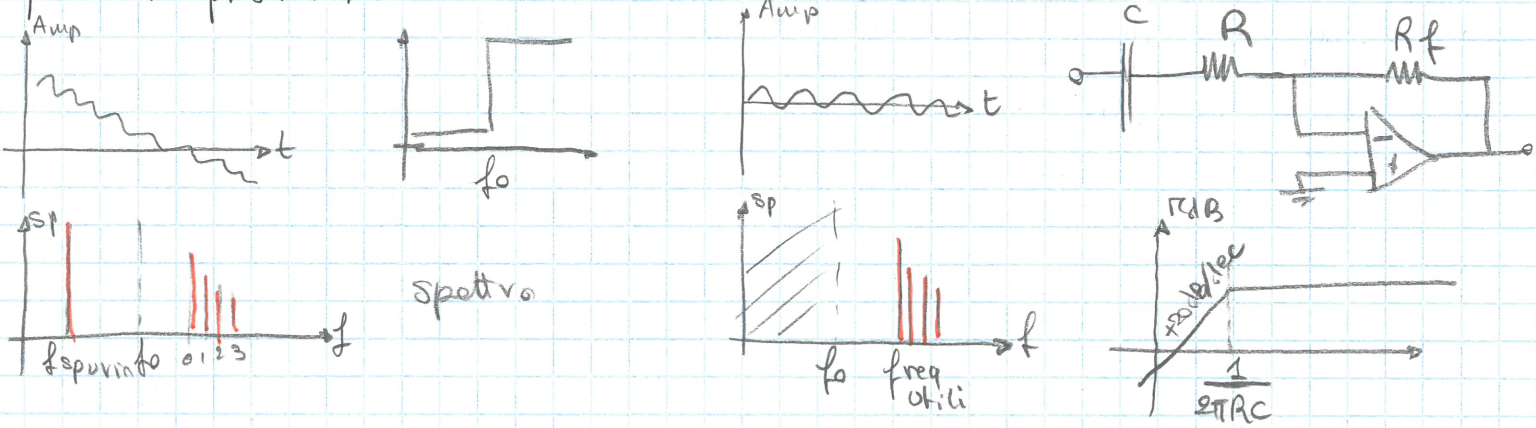
Filtri del primo ordine

- Passa basso : preservo LF

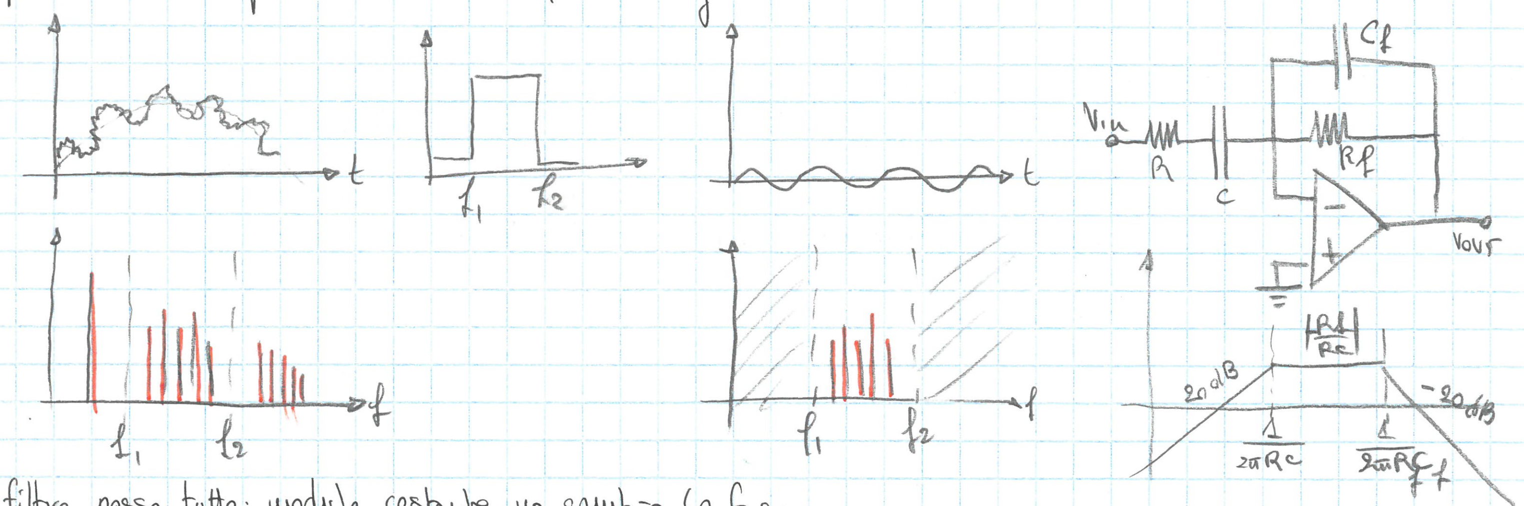




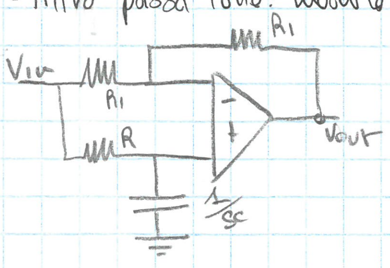
- passa alto : preservo HF



- passa banda : preserva medie frequenze tagliando HF e LF



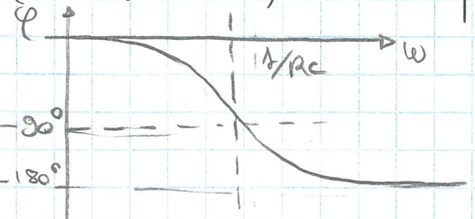
- filtro passa tutto: modulo costante ma cambia la fase



considero separatamente Vin al morsetto + e al -

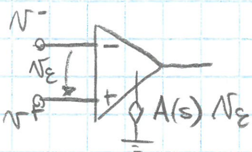
$$V_{out}(s) = \frac{1/sC}{1/sC + R} V_{in}\left(1+\frac{R_1}{R_1}\right) - \frac{R_1}{R_1} V_{in} \Rightarrow T(s) = \frac{2}{1+sRC} - 1 = \frac{1-sCR}{1+sCR}$$

Con il passatutto ho sia un polo che uno zero. I contributi della fase sono $-45°$ per lo zero (zero con $Re>0$) e $-45°$ per il polo (polo con $Re<0$)

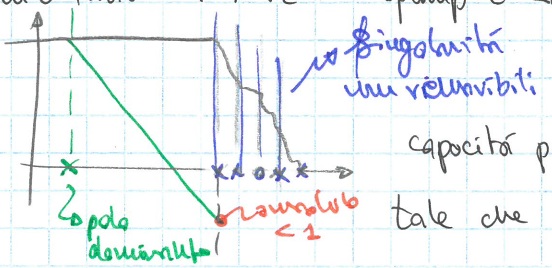


Il modulo rimane costante per la cancellazione che è venuta a crearsi

Risposta in frequenza dell'ampli operazionale



Com'è fatta $A(s)\cdot v_\varepsilon$? L'opamp è composto da transistor $\Rightarrow$ ho capacità parassite (in blu)



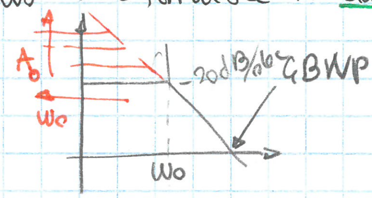
Per non avere problemi con le capacità parassite, inserisco un polo dominante tale che il modulo sia <1 nel pto della 1ª singolarità intrinseca

È il progettista che inserisce volutamente il polo dominante, perciò $A(s) = \frac{A_0}{1+s\tau_0} = \frac{A_0\omega_0}{s+\omega_0}$ $\quad \omega_0 = \frac{1}{\tau_0}$

A_0 = guadagno DC ad anello aperto $\quad \omega_0$ = pulsazione del polo ad anello aperto dell'opamp

Il datasheet non fornisce né A_0, né ω_0 ma fornisce il Gain BandWidth Product (GBWP)

$$|A(j\omega)| = \frac{A_0}{\sqrt{1+\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}} \simeq \frac{A_0\omega_0}{\omega} \quad \text{per } \omega \gg \omega_0$$



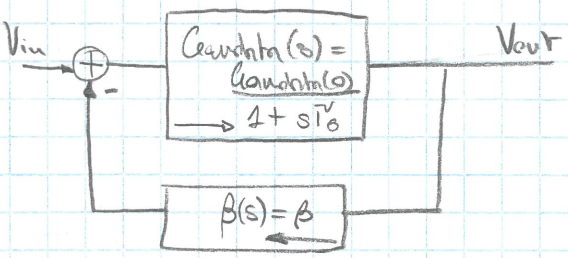
$|A(j\omega)| = 1 \qquad 1 = \frac{A_0\omega_0}{\omega}$

$\omega = A_0\,\omega_0 = GBWP$

Perciò se il polo si arretra, per mantenere $GBWP = cost$, allora $\uparrow A_0$

Effetto della retroazione sulla banda

Considero il seguente schema a blocchi:



$$T(s) = \frac{G_{andata}(s)}{1-G_{loop}(s)} = \frac{\frac{G_{andata}(0)}{1+s\tau_0}}{1+\frac{G_{andata}(0)}{1+s\tau_0}\cdot\beta} = \frac{G_{andata}(0)}{1+s\tau_0+\beta\cdot G_{andata}(0)}$$

$$= \frac{G_{andata}(0)}{1+G_{andata}(0)\cdot\beta}\cdot\frac{1}{1+\frac{s\tau_0}{1+G_{andata}(0)\cdot\beta}} =$$

$$= \frac{G_{andata}(0)}{\cancel{1+G_{andata}(0)}\ 1-G_{loop}(0)}\cdot\frac{1}{1+s\frac{\tau_0}{1-G_{loop}(0)}}$$

$G_{loop}(s) = -G_{andata}(s)\,\beta$

Nel circuito non retroazionato: guadagno: $G_{andata}(0)$

polo con: τ_0

" " che è " : guadagno: $G_{andata}(0)/1-G_{loop}(0)$] $\rightarrow$ guadagno ridotto

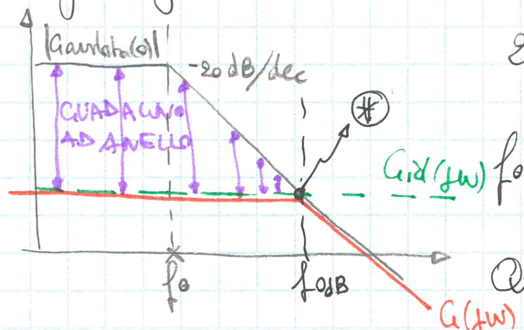
polo con: $\tau_0/1-G_{loop}(0)$] $\rightarrow$ frequenza del polo aumentata di tanto quanto la riduzione del guadagno

Se considero il prodotto guadagno · polo $\frac{G_{andata}(0)}{1-G_{loop}(0)} \cdot \underbrace{\frac{1-G_{loop}(0)}{\tau_0}}_{\omega}$

Perciò se aumento il guadagno ad anello:

↓ guadagno DC ↑ banda

per esempio, il buffer é il circuito con la banda più larga di tutti perché il suo guadagno ad anello é il più alto delle configurazioni.



$$20\log_{10}|G(j\omega)| = 20\log_{10}|G_{andata}(j\omega)| - 20\log_{10}|1-G_{loop}(j\omega)|$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\omega_0} \qquad 20\log_{10}|G_{andata}(j\omega)| - 20\log_{10}|G(j\omega)| = 20\log_{10}|1-G_{loop}(j\omega)|$$

Questo mi dice che ↑ Gloop, ↑ distanza tra Gandata e Ganello chiuso

$$G_{loop}(s) = -G_{andata}(s)\,\beta(s) = -G_{andata}(s) / G_{ideale}(s)$$

$$G_{andata}(s) = -G_{ideale}(s) \cdot G_{loop}(s)$$

$$20\log_{10}|G_{andata}(j\omega)| = 20\log_{10}|G_{id}(j\omega)| + 20\log_{10}|G_{loop}(j\omega)|$$

(*) $|G_{loop}(j\omega)| = 1$ perché $|G_{andata}(j\omega)| = |G_{ideale}(j\omega)|$

però, sapendo $G(s) = \frac{G_{andata}(s)}{1-G_{loop}}$ si annulla il denominatore. Se si annulla un den, allora abbiamo un polo, quindi é il polo in cui Gloop taglia 0dB

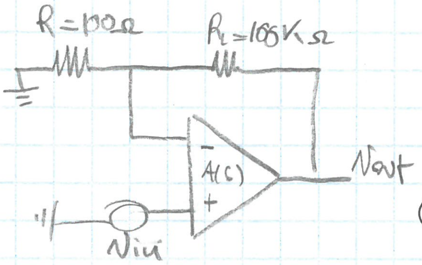
$$|G(j\omega)| = \frac{|G_{andata}(j\omega)|}{|1-G_{loop}(j\omega)|} \qquad |G(j\omega)|_{dB} = |G_{andata}(j\omega)|_{dB} - |1-G_{loop}(j\omega)|_{dB}$$

Fin tanto che 1 - Gloop é grande, il circuito é ben retroazionato, guadagno id e quello reale differiscono solo per l'errore statico → in pratica sono sovrapposti.

Dopo il taglio, il modulo di Greale inizia a diminuire, vedi il grafico

$$\frac{1-G_{loop}(0)}{2\pi\tau_0} = f_{0dB}$$

dopo il polo Gloop < 1 → non abbiamo più la buona retroazione perciò Greale → Gloop (e diminuiscono assieme) es



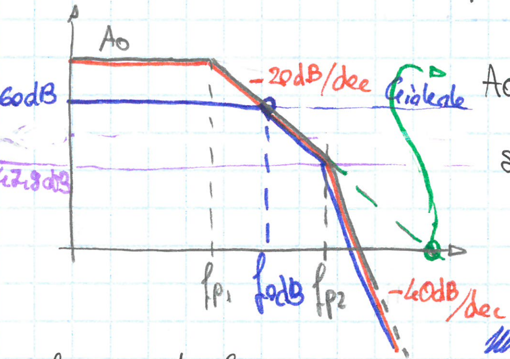
$$A(s) = \frac{A_0}{(1+sT_1)(1+sT_2)} \qquad A_0 = 80\,dB = 10^4$$

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi T_1} = 500\,KHz \qquad f_{p2} = \frac{1}{2\pi T_2} = 20\,MHz$$

① $G_{ideale} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 1001 \simeq 60\,dB$

② $G_{loop} = -\frac{R_1}{R_1+R_2} A(s) = -\frac{R_1 A_0}{R_1+R_2} \cdot \frac{1}{(1+sT_1)(1+sT_2)} = \frac{-10}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$

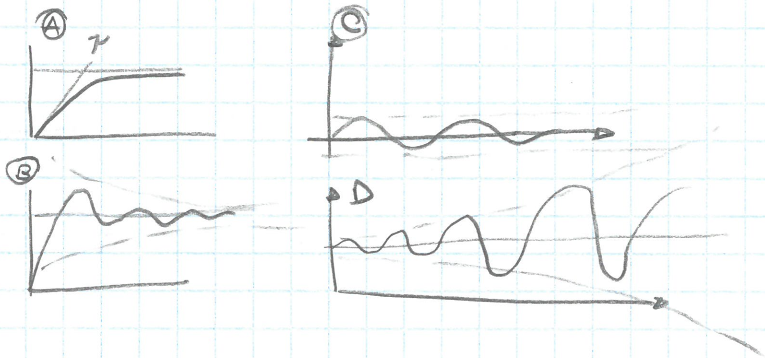
③ $G_{anello\,aperto}(s) = -G_{id}(s) \cdot G_{loop}(s) = \cancel{\left(\frac{R_1+R_2}{R_1}\right)} \cancel{\frac{R_1}{R_1+R_2}} A(s) = A(s)$



$A_0 f_{p1} = 1 \cdot f \qquad f = 5 \cdot 10^9$ ⇝ taglia l'asse 0dB molto dopo il secondo polo

$A_0 f_{p1} = |G_{anello\,aperto}(f_{p2})|\, f_{p2}$ ⇝ $|G_{ad}(f_{p2})| = \frac{A_0 f_{p1}}{f_{p2}} = 250 = 47{,}9\,dB$

$f_{0dB} = \frac{A_0 f_{p1}}{|G_{ideale}|} = 5\,MHz$ ⇝ ci metto una decade da 8dB a 60dB

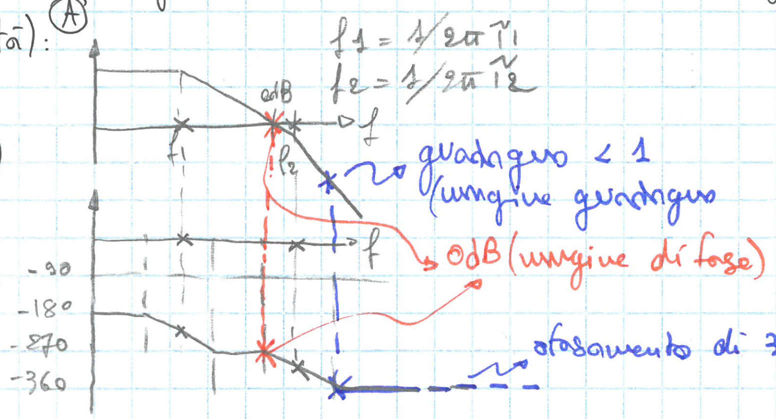


Criteri di Bode per la stabilità

Dobbiamo analizzare i casi in cui il segnale di ritorno sia in fase con il segnale originale (questo avverrebbe instabilità): Ⓐ

$$G_{loop}(s) = G_{loop}(0) \cdot \frac{1}{(1+s\tilde{\tau}_1)(1+s\tilde{\tau}_2)}$$

Se ho uno sfasamento, ho un'oscillaz. che si sostiene ($|G_{loop}|=1$), una che si smorza ($|G_{loop}|<1$) o una che si autoincrementa ($|G_{loop}|>1$)?



Devo guardare congiuntamente fase e modulo per analizzare la stabilità

Il guadagno a sfasamento di 360°, è il margine di guadagno.

Per un circuito stabile, il margine di guadagno deve essere $K_m < 1$

Il margine di fase è il valore per cui il guadagno è 0dB e $\varphi_m = \arg[G_{loop}(j2\pi f_{0dB})] - (360°)$ nel nostro caso abbiamo 270° quindi $\varphi_m = 90°$

per avere un circuito stabile non devo ancora aver raggiunto 360°, quindi $\varphi_m > 0$

A causa delle incertezze, se ho margini molto stretti, praticamente sicuramente instabilità

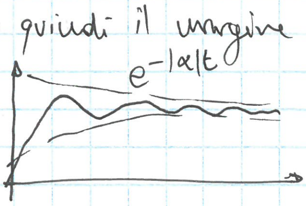
Andiamo a vedere le ripercussioni sulla Greale

$$G_{loop}(j\omega_{0dB}) = 1\, e^{-j\theta} \qquad G_{reale}(j\omega_{0dB}) = \frac{G_{andata}(j\omega_{0dB})}{1 - G_{loop}(j\omega_{0dB})} \quad \text{con } G_{andata}(j\omega_{0dB}) = -G_{id}(j\omega_{0dB})\,G_{loop}(j\omega_{0dB})$$

$$= -\frac{G_{id}(\cdot)\, 1\, e^{-j\theta}}{1 - e^{-j\theta}} \quad \text{calcolo il modulo} \quad |G_{reale}(j\omega_{0dB})| = |G_{id}(j\omega_{0dB})| \cdot \left|\frac{1\,\cancel{e^{-j\theta}}}{1 - e^{-j\theta}}\right| =$$

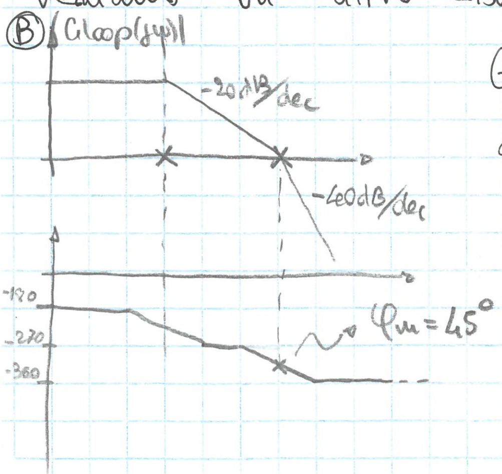
$$(e^{-j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta) \rightarrow \left|\frac{1\,\cancel{e^{-j\theta}}}{1-e^{-j\theta}}\right| = \left|\frac{\cancel{\cos\theta + j\sin\theta}}{1-\cos\theta - j\sin\theta}\right| \overset{\text{modulo}}{=} \sqrt{\frac{\cancel{\cos^2\theta + \sin^2\theta}}{(1-\cos\theta)^2 + \sin^2\theta}} = 1{,}306 \text{ se } \theta = 45°$$

Quindi ho una dinamica del 30% in più rispetto a quello supposto, quindi devo avere margini decenti per mantenere la stabilità. Se aumento θ (e quindi il margine di fase) la dinamica contiene oscillazioni praticamente trascurabili



Vediamo un altro caso:

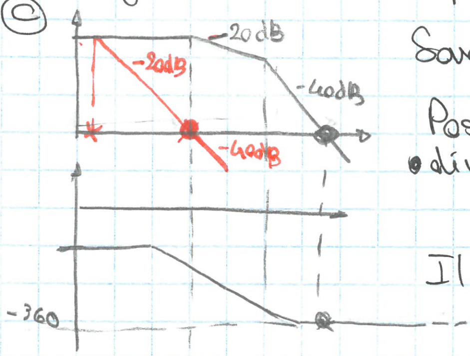
Ⓑ



Guardando le singolarità, ho prima −20dB/dec (ho un polo risultante anche se ho avuto poli e zeri prima che si sono compensati) e poi ho −40dB/dec. Questo è possibile se non ci sono zeri destri, ovvero con $Re > 0$. Il Crit di Bode vale per poli/zeri a $Re < 0$.

Se taglio l'asse molto prima:

©



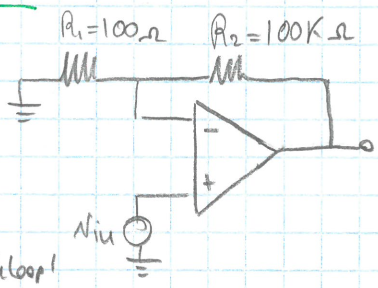
Sono già a 360° quando vado a 0dB

Posso:

- diminuire il guadagno
- inserisco un polo che compensa (compensazione a polo dominante)

Il polo riduce la banda ad anello chiuso

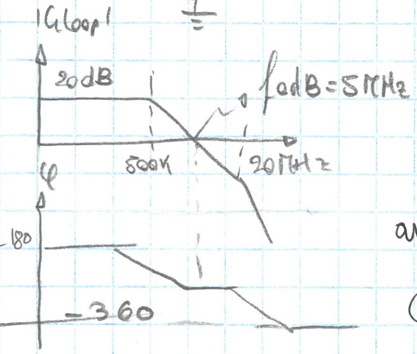
es



$$A(s) = \frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)} \qquad f_{p_1} = 500\ KHz \qquad A_0 = 80dB$$

$$f_{p_2} = 20\ MHz$$

$$G_{loop}(s) = \frac{-R_1}{R_1+R_2}\,\frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)} = \frac{-10^2}{10^2+10^5}\,\frac{10^4}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)} = \frac{-10^4}{(--)(--)}$$



⟹ circuito stabile per il criterio di Bode (perché prima ho solo un polo che non può dare instabilità, il 2° polo deve ancora entrare in azione ma ho già tagliato 0dB)

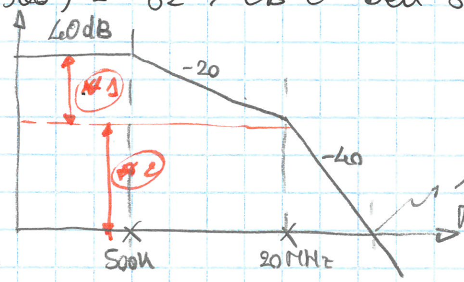
Calcolo il margine per sicurezza:

$$\arg[G_{loop}(j\omega)] = -180° - \operatorname{arctg}\left(\frac{f_{0dB}}{f_1}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{f_{0dB}}{f_2}\right) = -180° - 84° - 14° =$$

$$\Phi_m = \arg[G_{loop}(j\omega_{0dB})] - (-360°) = 82° \rightarrow \text{è ben stabile}$$

Vediamo con $R_2 = 10K\Omega$

$$G_{loop}(s) = \frac{-100}{(--)(--)}$$



Abbiamo di sicuro $\Phi_m < 45°$ non abbiamo speranze di avere stabilità decente (è molto facile che oscilli)

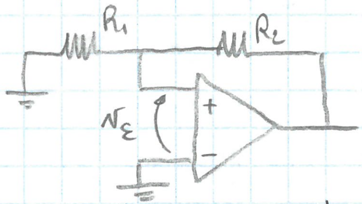
#1
$$40\,dB - |G_{loop\,x}|_{dB} = 20\log_{10}\frac{f_2}{f_1}$$

#2
$$|G_{loop\,x}|_{dB} - 0dB = 40\log_{10}\frac{f_{0dB}}{f_2} \rightarrow f_{0dB} = -31{,}7\,MHz$$

$$\Phi_m = \left[-180° - \operatorname{arctg}\left|\frac{f_{0dB}}{f_1}\right| - \operatorname{arctg}\left(\frac{f_{0dB}}{f_2}\right)\right] - (-360°) = 33° \rightarrow \text{non sufficiente perché} < 45°$$

(Ripeto: a $\Phi_m > 0$ un $\Phi_m < 45°$ matematicamente è stabile, ma nella pratica le sovraelongazioni portano grossi problemi).

Circuito bistabile - retroazione positiva



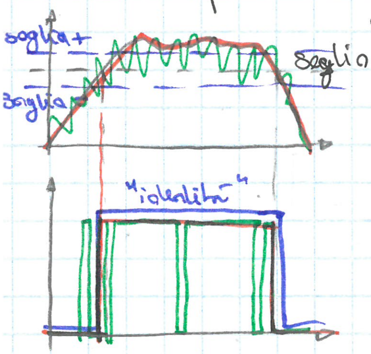
Abbiamo una retroazione positiva $L^{+/-}$ = saturaz positiva/negativa

$v^+ = \frac{R_1}{R_1+R_2} v_{out}$ se saturo a L^+ allora $v_{out} = L^+$ e $\frac{R_1}{R_1+R_2} = \beta$

Quindi $v^+ = \beta L^+ \rightarrow$ è un equilibrio instabile, basta la minima perturbazione per cambiare stato.

Se campio il raggiungimento opposto $\begin{cases} \text{saturaz } L^+ \\ \quad '' \quad L^- \end{cases} \rightarrow$ circuito bistabile

Voglio usare ciò per un circuito comparatore che sia diverso dal comparatore ad anello aperto.



Con un comparatore classico ho problemi di rumore (verde)

Posso considerare 2 soglie diverse per comparare:

soglia 1: mi dice se il segnale cresce definitivamente

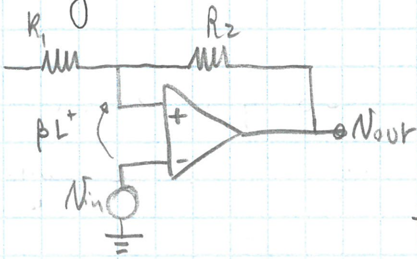
soglia 2: mi dice se il segnale scende definitivamente

Quindi posso inserire la doppia soglia in blu:

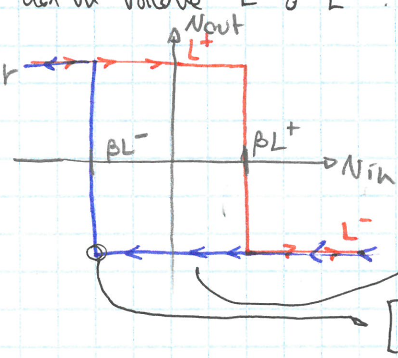
A patto di prendere le due soglie in modo tale che siano più grandi della componente spuria, riottengo "l'idealità" della comparazione $\Rightarrow$ comparatore a isteresi

Trigger di Schmitt

- config. invertente



Supponiamo "la storia" del comparatore, supponendo che esso sia ad un valore L^+ o L^-. Alla condizione $v_{in} = v_\varepsilon = \beta L^+$ mi aspetto un cambiamento. Appena supero βL^+, saturo a L^-



$L^+ > 0$, $L^- < 0$

[Prima di $v_{in} = \beta L^-$ abbiamo sempre $v_\varepsilon < 0$ quindi permane L^-

[Per $v_{in} > \beta L^-$ abbiamo $v_\varepsilon > 0 \rightarrow$ sat a L^+

Abbiamo una rappresentazione IN/OUT con ciclo d'isteresi, analizzando v_{in} decrescenti (←←←) o crescenti (→→→)

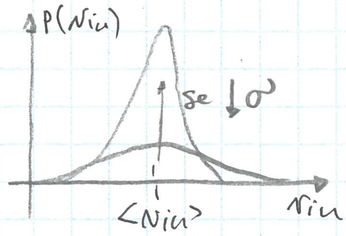
Come faccio a comparare segnali con offset? Come faccio ~~a ...~~ a dimensionare β?

Il valore medio del rumore è zero, devo analizzare il valore quadratico medio (così è tutta positiva e ne posso analizzare l'ampiezza). Vediamo il rumore:

$$p(v_{in}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \exp\left(\frac{v_{in}^2 - \langle v_{in}\rangle^2}{2\sigma}\right)$$

probabilità

Abbiamo una campana di Gauss che mi indica l'ampiezza

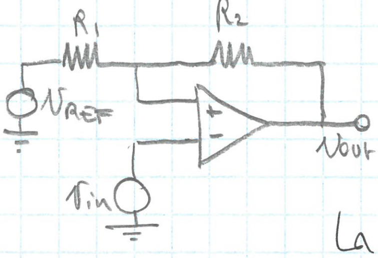


Se prendo il ciclo d'isteresi a $\pm\sigma$ = 67% di possibilità che non scatti

Se prendo $\pm 3\sigma = 99\%$ di possibilità che non scatti.

Non posso allargare troppo il ciclo d'isteresi: perché rischio di non poter più campionare segnali piccoli. (σ è l'ampiezza)

Posso traslare la caratteristica applicando una tensione a R_1:



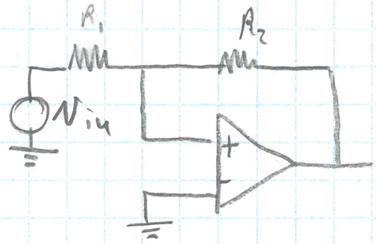
Calcolo delle soglie $V_\varepsilon = 0 \to V^+ = V^-$

$$V^+ = V_{out}\cdot\frac{R_1}{R_1+R_2} + V_{REF}\cdot\frac{R_2}{R_1+R_2}$$

La commutazione si avrà per $V_{in} = L^{\pm}\dfrac{R_1}{R_1+R_2} + \underbrace{V_{REF}\cdot\dfrac{R_2}{R_1+R_2}}_{*1} = V_{TH}^{\pm}$

La comparazione avviene incentrata intorno a *1

Come faccio la configurazione non invertente?



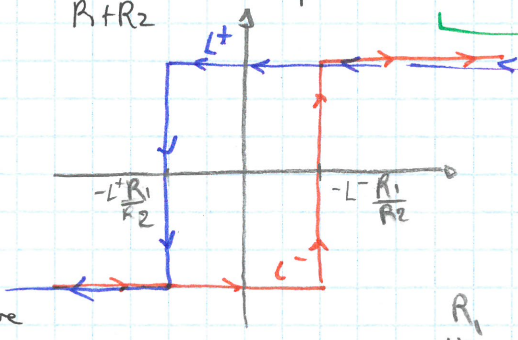
Soglie $V^+ = V^- \to V^+ = 0$

$$V^+ = V_{in}\cdot\frac{R_2}{R_1+R_2} + V_{out}\cdot\frac{R_1}{R_2+R_1}$$

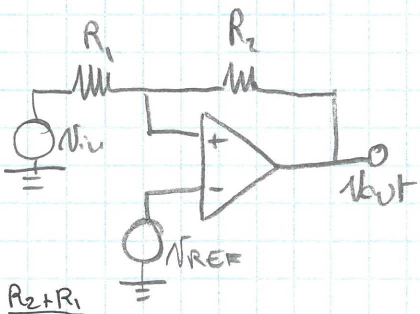
Quindi se $V_{out} = L^+$: $0 = V_{in}\cdot\dfrac{R_2}{R_1+R_2} + L^+\cdot\dfrac{R_1}{R_1+R_2}$ → semplifico → $\underline{V_{TH} = -L^+\cdot\dfrac{R_1}{R_2}} < 0$

se $V_{out} = L^-$ $\underline{V_{TH} = -L^-\cdot\dfrac{R_1}{R_2}} > 0$

In questo caso, la caratteristica è:



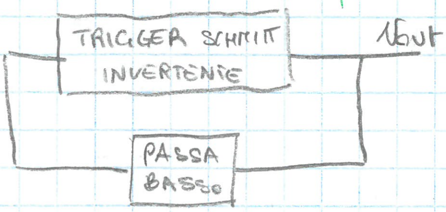
Se voglio ~~...~~ traslare la comparazione traslo il morsetto ⊖

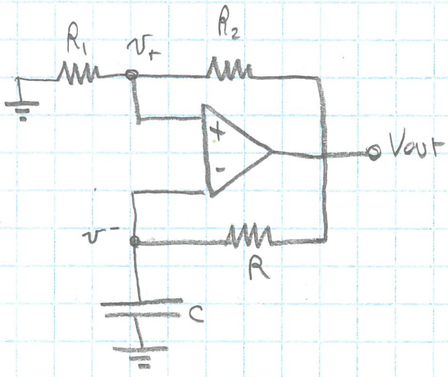


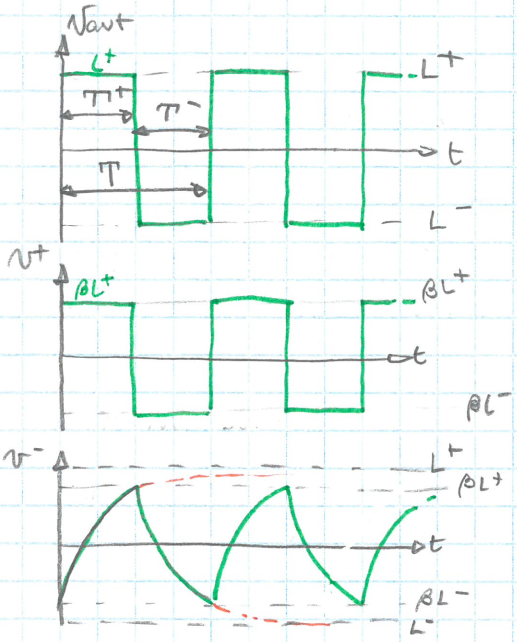
Soglie $V^+ = V^-$ $\quad V_{in}\dfrac{R_2}{R_1+R_2} + V_{out}\dfrac{R_1}{R_1+R_2} = V_{REF}$ con $V_{out} = L^{\pm}$

l'ampiezza rimane costante un traslo $V_{TH}^{\pm} = -L^{-}\dfrac{R_1}{R_2} + V_{REF}\cdot\dfrac{R_2+R_1}{R_2}$

Generatore di onda quadra







Soppaniamo che in qualche modo la partenza sia L^+

$\beta = \dfrac{R_1}{R_1+R_2}$ $\quad \tau = RC$ Abbiamo un carica del condensatore di tipo exp con τ

Abbiamo una continua commutazione. Calcoliamo i tempi di commutazione

T^+: $v^-(t) = L^+ - (L^+ - \beta L^-)\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

$\beta L^+ = L^+ - (L^+ - \beta L^-)\exp\left(-\frac{T^+}{\tau}\right) \longrightarrow (L^+ = L^- = L)$

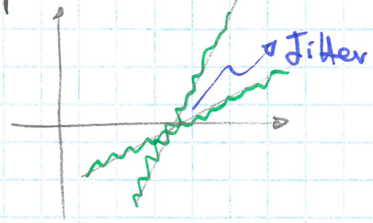
$\longrightarrow T^+ = -\tau \ln\left(\dfrac{\beta L^+ - L^+}{\beta L^- - L^+}\right) = \tau \ln\left(\dfrac{-(\beta+1)}{\beta-1}\right) =$

$= \tau \ln\left(\dfrac{1+\beta}{1-\beta}\right)$ $\rightarrow$ $\beta < 1$ sempre (a causa del partitore)

Analogamente, per $T^- = \tau \ln\left(\dfrac{1+\beta}{1-\beta}\right)$ perciò $T = 2\tau \ln\left(\dfrac{1+\beta}{1-\beta}\right)$

Per cambiare la freq mi basta cambiare la τ, come scelgo β?

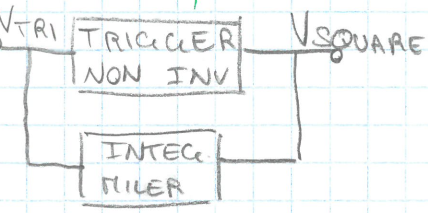
Se prendo β piccolo, posso approssimare l'esponenziale ad un tratto lineare a massima pendenza, così da avere meno problemi con il rumore

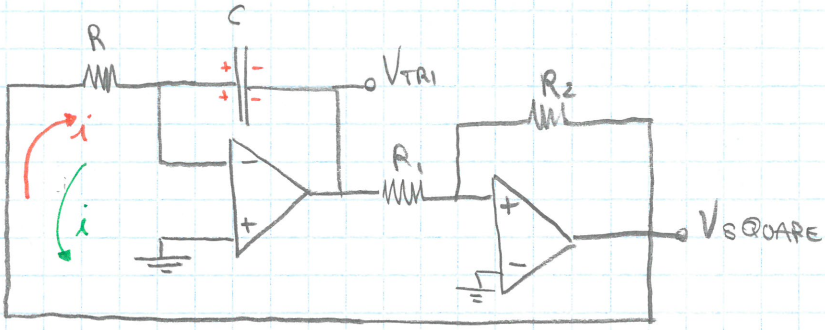


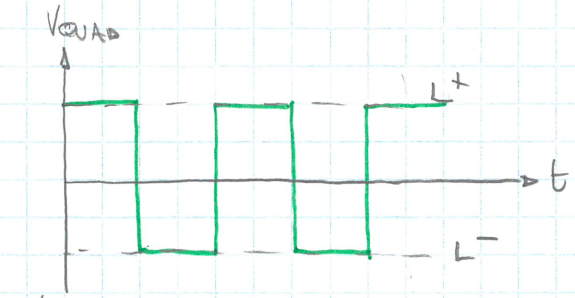
Il jitter con basse pendenze mi causa errori nella commutazione. Con alte pendenze il tempo di transizione di un segnale + rumore è molto ridotto

Se volessi avere una triangolare buona, devo utilizzare un integratore ideale.

Gen. di quadre e triangolari



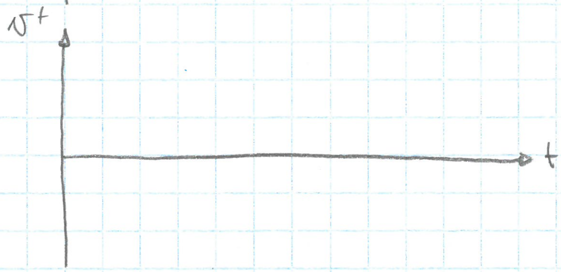




1) L'uscita del trigger per il momento è a L^+,

si genera corrente $i = \frac{L^+}{R}$ (il ⊖ dell'opamp 1 è v.gnd)

$V_{TH}^+ = -L^- \frac{R_1}{R_2} > 0 \quad V_{TH}^- = -L^+ \frac{R_1}{R_2} < 0$

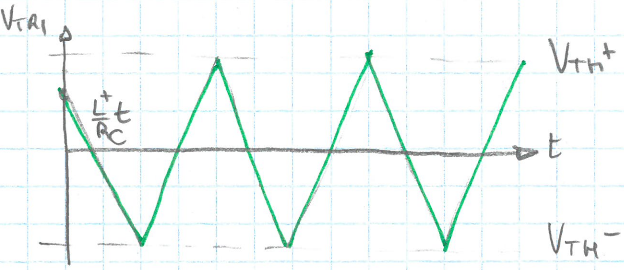


Appena l'int raggiunge V_{TH} con pendenza $\frac{L^+}{RC}t$

Abbiamo commutazione

2) L'uscita commuta a L^- e la corrente è inversa

$i = -\frac{L^-}{R}$

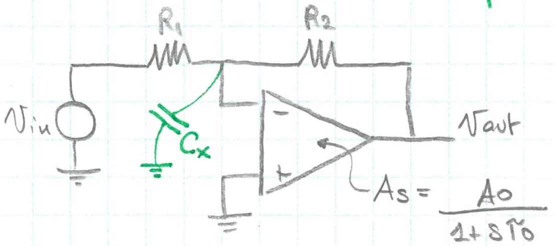


$$T^+ = \frac{V_{TH}^+ - V_{TH}^-}{\frac{L^+}{RC}} = \frac{-L^-\frac{R_1}{R_2} + L^+\frac{R_1}{R_2}}{\frac{L^+}{RC}} \quad \text{con } L^+ = -L^- = L$$

$$= \frac{\frac{R_1}{R_2}(L+L)}{\frac{L}{RC}} = 2\frac{R_1}{R_2}\cdot RC$$

$$T^- = 2\frac{R_1}{R_2}RC \Rightarrow T = T^+ + T^- = 4\frac{R_1}{R_2}RC$$

Effetto di un carico capacitivo in ingresso



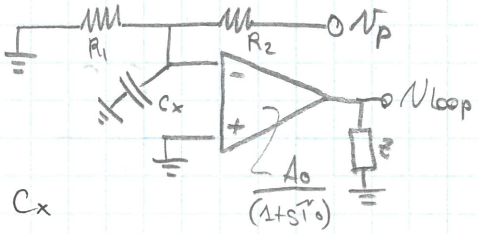
Anche se abbiamo un singolo polo, abbiamo capacità parassite che si inseriscono nel circuito.

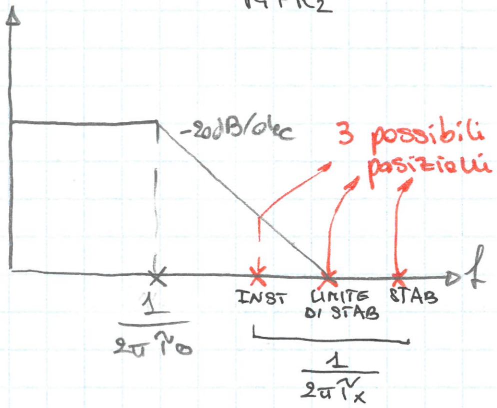
$G_{ideale} = -\frac{R_2}{R_1}$ (il condensatore non c'é perché sta tra gnd e vgnd)

$$G_{loop}(s) \triangleq \frac{V_{loop}}{V_p} = G_{loop}(0) \frac{1}{(1+s\tau_0)(1+s\tau_x)}$$ in cui $\tau_x = (R_1 /\!/ R_2) \cdot C_x$

$$G_{loop}(0) = -A_0 \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

↳ ho due poli ⇒ rischio inst



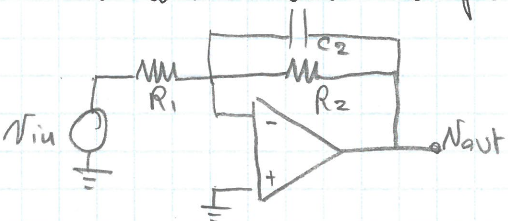


Non possiamo controllare C_x

il polo che si forma può essere in 3 zone, e può generare instabilità

$$f_{(x)} \geq |G_{loop}(0)| f_0 \Rightarrow A_0 f_0 \frac{R_1}{R_1+R_2} \leq \frac{R_1+R_2}{2\pi C_x R_1 R_2}$$

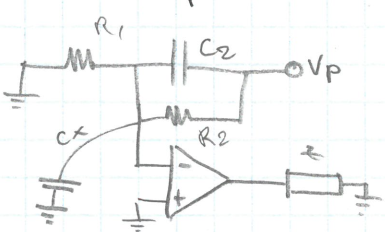
Posso attuare una compensazione polo-zero



Questa capacità (polo dominante) mi va a modificare il guadagno ideale $G_{id}(s) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1+s\tau_2}$ $\tau_2 = R_2 C_2$

C_2 e C_x sono capacità dipendenti.

Calcolo $G_{loop}(s)$:



$$G_{loop}(s) = G_{loop}(0) \frac{1}{1+s\tau_0} \cdot \frac{1+s\tau_z}{1+s\tau_p}$$ $\tau_p = (C_2 + C_x)(R_1 /\!/ R_2)$

$\tau_z = C_2 R_2$

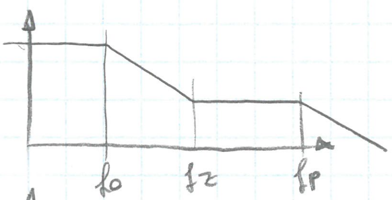
Ho uno zero perché $Z_{eq} = \frac{R_2}{1+sR_2C_2}$

tende a $+\infty$ se $s = -\frac{1}{C_2 R_2}$

$$G_{loop}(0) = -\frac{R_1 \cdot A_0}{R_1 + R_2}$$

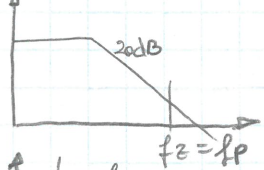
Traccio il diagramma di Bode del modulo.

Oss: se prima $\tau_x = C_x(R_1 /\!/ R_2)$ ora il polo eq viene spostato un pò a sx perché $\tau_p = (C_x + C_2)(R_1 /\!/ R_2)$, quindi peggioro il polo per migliorare la situa con lo zero



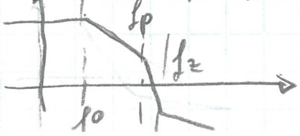
$\tau_z > \tau_p$

$$\tau_p = \tau_z \quad (C_x + C_2)\frac{R_1 \cancel{R_2}}{R_1+R_2} = C_2 \cancel{R_2} \rightarrow C_2 = C_x \cdot \frac{R_1}{R_2}$$



$\tau_z = \tau_p$

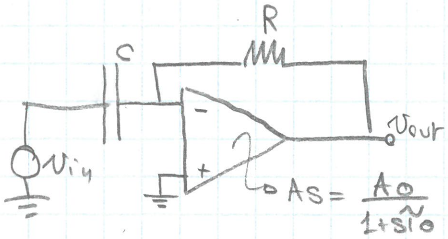
Non serve che siano uguali ma che siano vicini (la compensazione del margine di fase richiede anzi che preferibilmente $\tau_z > \tau_p$ così parte prima lo zero)



$\tau_z < \tau_p$ ⤳ Attenzione che se $\tau_p \gg \tau_z$ arrivo all'instabilità

Le capacità parassite sono dell'ordine di $0{,}5 \div 2\,pF$

Derivatore e derivatore approssimato: stabilità e compensazione

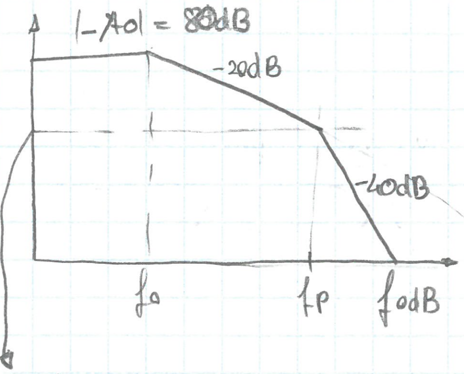


$G_{id}(s) = sCR$

es: $A_0 = 80dB$ e $f_0 = 10Hz$ $C = 10nF$ $R = 10K\Omega$

$G_{loop}(s) = -\frac{1/sC}{(1/sC)+R} A(s) = \frac{A_0}{(1+sCR)(1+s\tau_0)}$ → 2 poli e no zeri rischio instabilità

$f_p = \frac{1}{2\pi CR} = 1{,}6KHz$

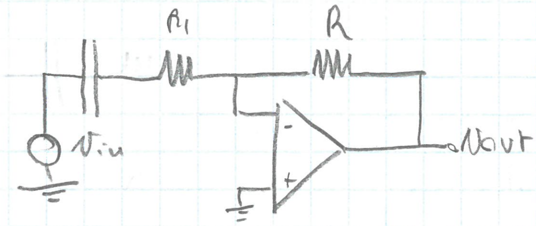


Ho 80dB a 10Hz, in 4 decadi vado a 0dB, perciò 0dB a 100KHz. Incontro il secondo polo prima di tagliare l'asse ⇒ taglio l'asse a 40 dB/dec

$A_0 f_0 = G_{loop\,x} \cdot f_p$ $G_{loop\,x} = 36dB$ f_{0dB} ⇒ $36dB - 0dB = 40 \log_{10} \frac{f_{0dB}}{f_p}$ $f_{0dB} = 12{,}7KHz$

Calcolo velocemente il margine di fase $\Phi_m = \left(-180° - \text{arctg}\frac{f_{0dB}}{f_0} - \text{arctg}\frac{f_{0dB}}{f_p}\right) - (-360°) = 7°$

Ho un bassissimo margine → nella pratica è instabile. ⇒ compenso

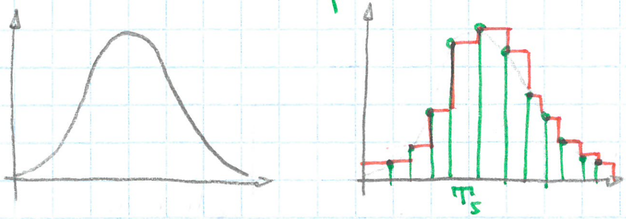


$G_{id}(s) = -\frac{sCR}{1+sCR_1}$

$G_{loop}(s) = -A(s)\frac{R+1/sC}{R_1+R+1/sC} = -\frac{A_0}{1+s\tau_0}\,\frac{1+sR_1C}{1+sC(R_1+R)}$

es: $R_1 = \frac{1}{3}R$ $f_{0dB} = 24KHz$ $\Phi_m = 79°$ ⇝ margine eccellente.

Teorema del campionamento

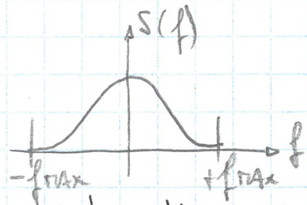


T_s = sampling time

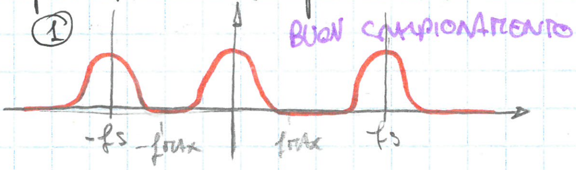
Ricostruisce il segnale a gradini

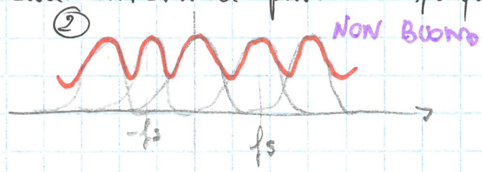
Più $\downarrow T_s$, più il campionamento approssima bene il segnale.

Supponiamo che lo spettro del segnale in questo modo:



Lo spettro del segnale campionato è lo spettro iniziale con intervalli pari alla frequenza di campionamento $1/T_s$





Quanto vicini devono essere i campioni tra loro? Se ho una giusta spaziatura, applicando un filtro PB (di ricostruzione) riottengo il segnale originale.

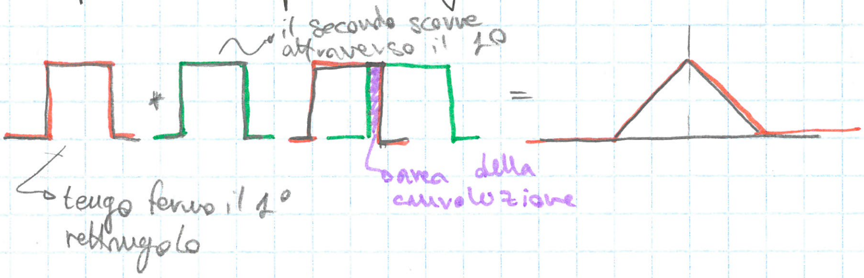
① $f_s > 2 f_{MAX}$ ② $f_s < 2 f_{MAX}$ → se ricostruiamo non abbiamo più lo spettro iniziale

Abbiamo il teorema del campionamento di Nyquist-Shannon. $T_s > \frac{1}{2 f_{MAX}}$

Il filtro ha banda pari a f_{MAX}, recuperando lo spettro originale.

Convoluzione

$$f(t) * g(t) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \cdot g(t-\tau)\, d\tau$$

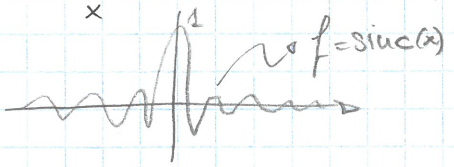


L'area della aumenta fino alla sovrapposizione dei due rettangoli e poi cala ⇒ triangolo.

$\text{sinc} = \frac{\sin x}{x}$ = seno cardinale. Lo spettro ricostruito è $S_R = \sum_{-\infty}^{\infty} s(n T_s) \cdot \text{sinc}\left[\pi \frac{t}{T_s} - n\pi\right]$

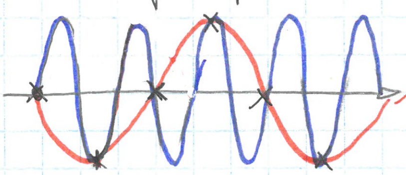
n° campioni

f di ricostruzione



Il segnale ricostruito risulta essere distorto negli istanti iniziali

Se la f campionamento non è sufficientemente elevata ⇒ Aliasing



Non mi rappresenta la f iniziale

L'aliasing non mi rispetta più il segnale originale.

Un filtro anti aliasing serve a non far campionare delle frequenze spurie (dalle del rumore) mi aiuta a prevedere problemi di aliasing in uscita.

Devo limitare in banda il segnale di partenza, rimuovendo rumore HF